

รูปแบบที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างในจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$

A formula in finding a sample space in a jigsaw puzzle of size $m \times n$

โรงเรียนอุทัยวิทยาคม

จังหวัดอุทัยธานี

คณะผู้จัดทำโครงการ

- | | |
|-----------------|-------------|
| 1. นายกัณตภณ | กุลศลเอี่ยม |
| 2. นายกฤตธรณโชค | ฟักผล |
| 3. นายปฐน์ | ทุกหิต |

รายงานนี้เป็นส่วนหนึ่งของโครงงานสาขาวิชาคณิตศาสตร์

การนำเสนอโครงงานของนักเรียนจากโรงเรียนในโครงการห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์

เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม เครือข่ายภาคกลางตอนบน ประจำปีการศึกษา 2567

รูปแบบที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างในจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$

A formula in finding a sample space in a jigsaw puzzle of size $m \times n$

โรงเรียนอุทัยวิทยาคม

จังหวัดอุทัยธานี

คณะผู้จัดทำโครงการ

- | | |
|----------------|------------|
| 1. นายกันตภณ | กุศลเอี่ยม |
| 2. นายกฤตธณโชค | พิภพล |
| 3. นายปัฐน์ | ทศหิต |

อาจารย์ที่ปรึกษา

นายปิติพงษ์	วิริยาภรณ์ประภาส
นายเทพรักษ์	แก้วกลสิกรรม

รายงานนี้เป็นส่วนหนึ่งของโครงงานสาขาวิชาคณิตศาสตร์

การนำเสนอโครงงานของนักเรียนจากโรงเรียนในโครงการห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์

เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม เครือข่ายภาคกลางตอนบน ประจำปีการศึกษา 2567

บทคัดย่อ

โครงการนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของจิ๊กซอว์แบบสลับและนำความสัมพันธ์ที่ได้มาสร้างเป็นสูตรอย่างง่ายในการคำนวณปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์แบบสลับ โดยนำเอาทฤษฎีความน่าจะเป็นมาใช้ในการแก้ปัญหาจิ๊กซอว์ที่มีขนาด $m \times n$

การคิดคำนวณสูตรนั้นจะแยกการคิดในแต่ละส่วน ได้แก่ ส่วนมุม ส่วนขอบ และส่วนกลาง จนได้มาเป็นสูตรในการคำนวณ โดยสูตรที่ได้จะมีความแตกต่างกันตามเงื่อนไข โดยแบ่งออกเป็น 2 กรณี สามารถสรุปเป็นสูตรได้ว่า

กรณีที่ 1 เมื่อ m หรือ n หาร 2 ไม่ลงตัว

$$n(S) = 4[(m + n - 4)!]^2 [(n - 2)(m - 2)]!$$

กรณีที่ 2 เมื่อ m และ n หาร 2 ลงตัว

$$n(S) = 4! [(m + n - 4)!]^2 [(n - 2)(m - 2)]!$$

กำหนดให้ $n(S)$ คือ ปริภูมิตัวอย่างทั้งหมดที่เกิดขึ้นได้

m และ n คือ ด้านกว้างและยาวตามลำดับ โดย m และ n เป็น

จำนวนเต็มบวกที่มากกว่าเท่ากับ 2 และ น้อยกว่าเท่ากับ 6

กิตติกรรมประกาศ

โครงการเรื่อง รูปแบบที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างในจิกซอร์แบบสลับขนาด $m \times n$ สำเร็จลงไปได้ด้วยดี เนื่องจากการสนับสนุนเป็นอย่างสูงของคุณครูเทพรักษ์ แก้วกสิกรรม และ คุณครูปิติพงษ์ วิริยาภรณ์ประภาส ซึ่งเป็นครูที่ปรึกษาโครงการที่ให้คำปรึกษาแนะนำและได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆด้วยความใส่ใจอย่างยิ่ง จนคณะผู้จัดทำสามารถดำเนินงานได้สำเร็จ

คณะผู้จัดทำ

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	ก
กิตติกรรมประกาศ	ข
สารบัญ	ค
สารบัญตาราง	ง
บทที่ 1 บทนำ	
ที่มาและความสำคัญ	1
วัตถุประสงค์	2
นิยามศัพท์เฉพาะ	2
ขอบเขตการศึกษาโครงการ	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
บทที่ 2 เอกสารที่เกี่ยวข้อง	
ความหมายของคณิตศาสตร์	4
หลักการนับ	5
การถดถอยเชิงเส้น	6
สมการเส้นตรง	7
ความหมายของจิกซอร์	7
โครงการที่เกี่ยวข้อง	8
บทที่ 3 ขั้นตอนการดำเนินงาน	
ลำดับการดำเนินการศึกษา	9
บทที่ 4 ผลการดำเนินงานโครงการ	
ศึกษารูปแบบของจิกซอร์แบบสลับขนาด $m \times n$	11
ดำเนินการศึกษาและวิเคราะห์ความสัมพันธ์กันระหว่าง m และ n	13
กับปริภูมิตัวอย่างของแต่ละส่วนประกอบในจิกซอร์ขนาด $m \times n$	
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	
สรุปผลการดำเนินงาน	17
อภิปรายผล	18
ข้อเสนอแนะ	18
บรรณานุกรม	19

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
ตารางที่ 4.1 ตารางแสดงการเปรียบเทียบปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์ ขนาด $m \times n$ เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มที่ มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 6	11
ตารางที่ 4.2 ตารางแสดงข้อมูลที่ใช้ในวิธีการถดถอยเชิงเส้นหลายตัวแปร	12
ตารางที่ 4.3 ผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์ ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สูตรและค่าปริภูมิตัวอย่าง ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้รูปในภาคผนวก เมื่อ m หรือ n หาร 2 ไม่ลงตัว	15
ตารางที่ 4.4 ผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์ ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สูตรและค่าปริภูมิตัวอย่าง ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้รูปในภาคผนวก เมื่อ m และ n หาร 2 ลงตัว	16

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

จิกซอร์เป็นของเล่นที่เด็กๆ และผู้ใหญ่เล่นกันทั่วไป แต่จิกซอร์มีประโยชน์มากกว่าแค่กิจกรรมสนุกๆ ที่ช่วยให้เด็กๆ เพลิดเพลิน จิกซอร์มีประโยชน์ต่อการเรียนรู้และสังคม ซึ่งล้วนแต่เป็นปัจจัยสำคัญต่อการพัฒนาการในวัยเยาว์ (Thomas Hugh Cunliffe ,n.d.) จิกซอร์เป็นหนึ่งในสิ่งที่สามารถเสริมสร้างพัฒนาการของเด็กเล็กโดยมีประโยชน์หลากหลายด้าน อาทิ เพิ่มสมาธิในการจดจ่อกับสิ่งที่ทำการประสานงานระหว่างตากับมือ (Tanja McIlroy,2567) ในการวิเคราะห์รูปแบบของจิกซอร์นั้น หลักการนับอาจเป็นวิธีหนึ่งที่สามารถคำนวณความซับซ้อนและวิเคราะห์รูปแบบการต่อของจิกซอร์ได้

ในการที่เราจะนับจำนวนสิ่งของ เหตุการณ์ หรือจำนวนวิธีในการทำงานบางอย่าง อาจจะสามารถนับได้โดยตรงจากการค่อยๆ ไล่ นับไปจนครบ แต่หากสิ่งที่จะนับมีจำนวนมาก อาจจะทำให้การนับโดยตรงนั้นทำได้ยาก จึงมีหลักการนับไว้เพื่อช่วยให้การนับสิ่งที่มีจำนวนมากทำได้ง่ายขึ้น

(ธรรมนิติ พิพัฒน์ศรีสวัสดิ์,2567) และหากเหตุการณ์หนึ่งสามารถเกิดขึ้นได้ m วิธี และอีกเหตุการณ์หนึ่งสามารถเกิดขึ้นได้ n วิธี จำนวนรวมของการเกิดเหตุการณ์ทั้งหมดคือ $m \times n$ (Byju Raveendran,2559) นอกจากนี้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนคือค่าที่ใช้บอกจำนวนวิธีในการเรียงลำดับหรือจัดเรียงสิ่งต่างๆ ลำดับของการจัดเรียงนั้นจึง มีความสำคัญ (Rajeev Dhir,2567) ดังนั้นคณะผู้จัดทำจึงมีเหตุผลเพียงพอที่จะใช้หลักการนับเป็นวิธีหลักในการดำเนินการคำนวณและวิเคราะห์รูปแบบของจิกซอร์ในโครงงานนี้

คณะผู้จัดทำจึงเล็งเห็นถึงความสำคัญของรูปแบบที่เปลี่ยนแปลงไปตามขนาด เพื่อป้องกันถึงระดับความยาก โดยการหาสูตรที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างในจิกซอร์ขนาด $m \times n$ โดยใช้กฎการนับ การศึกษานี้มุ่งเน้นไปที่การคำนวณจำนวนรูปแบบทั้งหมดที่เป็นไปได้ของการจัดเรียงชิ้นส่วนในจิกซอร์ขนาด $m \times n$ โดยพิจารณาความเป็นไปได้ของแต่ละรูปแบบ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของจิกซอร์ในแต่ละขนาดและรูปแบบต่างๆ โดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องของหลักการนับ

1.2 วัตถุประสงค์โครงการ

1. เพื่อศึกษารูปแบบการต่อกันของจิ๊กซอว์ในแต่ละขนาดและรูปแบบต่างๆโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องของความน่าจะเป็นโดยการนำปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์แต่ละขนาดมาเปรียบเทียบกับกัน
2. เพื่อหาความสัมพันธ์ของปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์แบบสลับ เพื่อใช้ในการสร้างรูปแบบในการหาจิ๊กซอว์แบบสลับที่มีขนาด $m \times n$ โดยที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 6

1.3 นิยามศัพท์เฉพาะ

- | | |
|-----------------------|---|
| 1.3.1 จิ๊กซอว์แบบสลับ | หมายถึง จิ๊กซอว์ที่มีรูปร่างของชิ้นส่วนเป็นในลักษณะเดียวกัน |
| 1.3.2 $m \times n$ | หมายถึง ขนาดของจิ๊กซอว์เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 6 |
| 1.3.3 ส่วนขอบ | หมายถึง ชิ้นส่วนที่ไม่สามารถต่อกับชิ้นอื่นได้ 1 ด้าน |
| 1.3.4 ส่วนมุม | หมายถึง ชิ้นส่วนที่ไม่สามารถต่อกับชิ้นอื่นได้ 2 ด้าน |
| 1.3.5 ส่วนกลาง | หมายถึง ชิ้นส่วนที่สามารถต่อกับชิ้นอื่นได้ทุกด้าน |

1.4 ขอบเขตในการศึกษาโครงการ

1. โครงการคณิตศาสตร์เรื่องการหาสูตรอย่างง่ายที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างในจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$ คณะผู้จัดทำได้ศึกษาค้นคว้าหาข้อมูล และพิสูจน์สูตรทางคณิตศาสตร์ ณ โรงเรียนอุทัยวิทยาคม ตำบลสะแกกรัง อำเภอเมืองอุทัยธานี จังหวัดอุทัยธานี ระยะเวลาศึกษา คือ เดือนธันวาคม พ.ศ.2566 - สิงหาคม พ.ศ.2567
2. โครงการนี้กำหนดขอบเขตจิ๊กซอว์แบบสลับไว้ที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 6

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถนำสูตรไปประยุกต์กับการหาปริภูมิตัวอย่างหรือโอกาสที่เป็นไปได้ในส่วนของรูปแบบการต่อหรือรูปทรงที่มีความจำเพาะที่มีรูปคล้ายคลึงกับจิ๊กซอว์
2. ทำให้เข้าใจรูปแบบและโอกาสของการต่อจิ๊กซอว์แต่ละด้าน มุมและส่วนกลางของแต่ละขนาดได้
3. สามารถเป็นต้นแบบในการวิเคราะห์ความยากง่ายของจิ๊กซอว์แต่ละขนาด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาโครงงานคณิตศาสตร์เรื่องการหา sample space ของจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$ มีเอกสารที่เกี่ยวข้องดังนี้

- 2.1 ความหมายของคณิตศาสตร์
- 2.2 หลักการนับ
- 2.3 การถดถอย (Regression)
- 2.4 สมการเส้นตรง
- 2.5 ความหมายของจิ๊กซอว์
- 2.6 โครงงานที่เกี่ยวข้อง

2.1 ความหมายของคณิตศาสตร์

หลักสูตรฉบับสมบูรณ์ราชบัณฑิตยสถาน พุทธศักราช 2554 ได้ให้ความหมายของ “คณิตศาสตร์” ไว้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวกับตัวเลข โครงสร้าง และความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลข คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญหลากหลายด้านและคณิตศาสตร์ยังถูกแบ่งออกเป็นสาขาย่อยๆ เช่น พีชคณิต เรขาคณิต แคลคูลัส ทฤษฎีจำนวน และสถิติศาสตร์ เป็นต้น

พีชคณิต เป็นสาขาของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับตัวเลขและความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลข

เรขาคณิต เป็นสาขาของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับรูปทรงและความสัมพันธ์ระหว่างรูปทรง

แคลคูลัส เป็นสาขาของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลง

ทฤษฎีจำนวน เป็นสาขาของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับตัวเลข

สถิติศาสตร์ เป็นสาขาของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับข้อมูลและข้อมูลเชิงสถิติ

คณิตศาสตร์จะมีองค์ประกอบสำคัญ 2 ส่วน คือโครงสร้างของคณิตศาสตร์และกระบวนการให้เหตุผล ซึ่งโครงสร้างคณิตศาสตร์ ก็ยังสามารถแยกได้เป็น 4 ส่วนดังนี้

1. คำนิยาม เป็นคำที่ให้คำจำกัดความไม่ได้แต่เข้าใจความหมายได้จากการเรียนรู้ประสบการณ์ หรือความคุ้นเคยกับคุณสมบัติ เช่น จุด เส้น ระนาบ เป็นต้น
2. คำนิยาม เป็นคำที่ให้คำจำกัดความได้ เช่น รูปสามเหลี่ยม วงกลม เป็นต้น
3. สัจพจน์ เป็นข้อความที่ได้รับการตกลงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ เช่น ส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งมีจุดกึ่งกลางได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น

4. ทฤษฎีบท เป็นข้อความที่สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริงทุกกรณี โดยใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยการนำเอานิยามสัจพจน์หรือทฤษฎีบทที่ได้พิสูจน์แล้วไปสนับสนุนให้เป็นเหตุเป็นผล

คณิตศาสตร์จึงเป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อชีวิตมนุษย์เป็นอย่างมาก ช่วยให้ผู้มนุษย์สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้ผู้มนุษย์ได้เรียนรู้และสร้างสรรค์สิ่งใหม่ ๆ

2.2 หลักการนับ

2.2.1 หลักการคูณ (กรณีทั่วไป)

ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น k ขั้นตอน ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยที่

ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไปได้ n_2 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 สามารถทำขั้นตอนที่ 3 ต่อไปได้ n_3 วิธี

·
·
·

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ $k-1$ สามารถทำขั้นตอนที่ k ต่อไปได้ n_k วิธี แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$ วิธี

2.2.2 แฟกทอเรียล

แฟกทอเรียล n คือ การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $n!$ (อ่านว่า “เอ็น แฟกทอเรียล”)

นั่นคือ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$

หรือ $n = n \times (n-1) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

และให้ $0! = 1$

2.2.3 ให้ $P_{n,r}$ แทนจำนวนวิธีในการนำสิ่งของ r ชิ้น จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n ชิ้น

โดยที่ $0 \leq r \leq n$ มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น จะได้ว่า $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

2.3 การถดถอย(Regression)

การถดถอย(Regression) เป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้ในด้านการเงิน การลงทุน และสาขาอื่นๆ ที่พยายามกำหนดลักษณะของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระหนึ่งตัวหรือมากกว่า Regression แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ Simple linear regression และ Multiple linear regression โดยโครงงานนี้ใช้ Simple linear regression เป็นหลัก

การถดถอยเชิงเส้นหลายตัวแปร(Multiple linear regression) เป็นการถดถอยประเภทหนึ่ง ที่ตัวแปรตามแสดงความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรอิสระสองตัวหรือมากกว่านั้น นอกจากนี้ยังอาจเป็นแบบไม่เชิงเส้นซึ่งตัวแปรตามและตัวแปรอิสระไม่เป็นไปตามแนวเส้นตรง กล่าวคือเป็นเทคนิคทางสถิติที่ใช้เพื่อระบุปริมาณความสัมพันธ์ตัวแปรอิสระสองตัวหรือมากกว่าเพื่อทำนายผลลัพธ์ของตัวแปรตาม

1. Calculate regression sums

$$\begin{aligned}\sum x_i y &= \sum x_i y - \frac{(\sum x_i)(\sum y)}{N} \\ \sum x_1 x_2 &= \sum x_1 x_2 - \frac{(\sum x_1)(\sum x_2)}{N} \\ \sum x_i^2 &= \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{N}\end{aligned}$$

2. Calculate coefficients

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \frac{(\sum x_2^2)(\sum x_1 y) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_2 y)}{(\sum x_2^2)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \\ \beta_2 &= \frac{(\sum x_1^2)(\sum x_2 y) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_1 y)}{(\sum x_2^2)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \\ \beta_0 &= \bar{y} - \beta_1 \bar{x}_1 - \beta_2 \bar{x}_2\end{aligned}$$

3. Calculate linear equation

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

2.4 สมการเส้นตรง

สมการเส้นตรงมี 2 รูปแบบ ได้แก่แบบทั่วไป $ax + by + c = 0$ และแบบมาตรฐาน $y = mx + c$ ซึ่งโดยปกติแล้วนิยมเขียนกราฟจากสมการเส้นตรงแบบมาตรฐานมากกว่าแบบทั่วไป เพราะว่า สมการแบบมาตรฐานจะแสดงองค์ประกอบที่สำคัญครบทั้ง 2 ส่วนนั่นก็คือ ความชัน (m) และระยะตัดแกน y (c) ซึ่งจะทำให้เห็นแนวโน้มของเส้นตรงได้อย่างชัดเจน

การสร้างสมการเส้นตรงต้องมีจุดอย่างน้อย 2 จุด

และสามารถนำจุดทั้งสองไปหาความชันได้โดยมีสมการหาความชันเป็นดังนี้

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

เมื่อได้ความชันแล้วสามารถนำไปแทนในสูตรสร้างสมการเส้นตรงได้ มีสูตรเป็นดังนี้

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

2.5 ความหมายของจิกซอร์

จิกซอร์ คือ ภาพติดบนไม้หรือกระดาษแข็งแล้วตัดเป็นชิ้นรูปทรงต่างๆ ซึ่งต้องต่อดัดกันให้ถูกต้องจึงเกิดเป็นภาพอีกครั้ง (dictionary.cambridge3) ปริศนาจิกซอร์เป็นสิ่งที่สำคัญต่อพัฒนาการของเด็กเล็กและมีความสำคัญมากในช่วงวัยก่อนเรียนและอนุบาล

ปริศนาจิกซอร์ช่วยพัฒนาทักษะต่างๆมากมาย จึงทำให้เป็นกิจกรรมการเล่นเพื่อการศึกษาที่สมบูรณ์แบบในช่วงปีแรกๆ ต่อไปนี้เป็นประโยชน์บางประการของการเล่นจิกซอร์

ประโยชน์ของจิกซอร์

- มีการประสานงานระหว่างตาและมือ
- เป็นคณิตศาสตร์เบื้องต้น
- เพิ่มความสามารถในการจัดจ่อ
- ฝึกการแก้ปัญหา
- ฝึกความพยายาม
- ช่วยผ่อนคลาย

2.6 โครงการที่เกี่ยวข้อง

การแก้ปริศนาจิ๊กซอว์โดย Laplacian การเชื่อมต่อกราฟ เราเสนอกรอบทางคณิตศาสตร์ใหม่ เพื่อแก้ปัญหการแก้ปริศนาจิ๊กซอว์ขนาดใหญ่แบบอัตโนมัติ ปัญหานี้ใช้ภาพขนาดใหญ่ที่ถูกตัดเป็นชิ้นสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่าๆ กัน แล้วหมุนและสับเปลี่ยนตามต้องการ และให้กู้คืนภาพต้นฉบับจากชิ้นส่วนที่แปลงแล้ว ผลงานหลักของงานนี้คือวิธีการกู้คืนการหมุนของชิ้นส่วนเมื่อไม่ทราบทั้งการสับเปลี่ยนและการหมุน ความท้าทายที่สำคัญของขั้นตอนนี้คือการประมาณการเชื่อมต่อกราฟ Laplacian โดยที่ไม่ทราบเกี่ยวกับการสับเปลี่ยน การต่อกันอย่างถั่วของวิธีการที่เราเสนอสำหรับการประมาณการหมุนกับวิธีการที่มีอยู่สำหรับการประมาณการสับเปลี่ยนใดๆ จะส่งผลให้เกิดวิธีแก้ปัญหปริศนาจิ๊กซอว์ที่ใช้งานได้จริง ทฤษฎีของเรารับประกันว่าแนวคิดพื้นฐานของเราในการเรียกคืนการหมุนนั้นทนทานต่อการบิดเบือนกราฟการเชื่อมต่อในระดับหนึ่ง การทดลองเชิงตัวเลขแสดงให้เห็นถึงความแม่นยำของปัญหานี้ ความทนทานต่อการบิดเบือน และข้อได้เปรียบในการคำนวณสำหรับปริศนาขนาดใหญ่ (Vahan Huroyan,2561)

การแก้จิ๊กซอว์โดยใช้คณิตศาสตร์ ผู้จัดทำโครงการมีแรงบันดาลใจจากการเห็นคลิปหุ่นยนต์ต่อจิ๊กซอว์เอง จึงเกิดความท้าทายอยากลองแก้ปริศนาจิ๊กซอว์ในฐานะวิศวกรซอฟต์แวร์ ผู้จัดทำโครงการจึงสร้างตัวแก้ปัญหาที่สุ่มเลือกชิ้นส่วนต่างๆ และบอกวิธีประกอบชิ้นส่วนเหล่านั้นกลับคืน ข้อมูลที่ถูกป้อนเข้าไปเพียงอย่างเดียวคือขนาดที่ต้องการ เช่น ชิ้นส่วน 100 ชิ้นอาจมีขนาด 10×10 หรือ 20×5 โดยใช้วิธีการแก้ปริศนาที่แตกต่างออกไปคือ SAT ซึ่งจะกำหนดค่าจริงเท็จให้กับตัวแปรแต่ละตัวเพื่อให้แน่ใจว่าเป็นจริงหรือไม่ ซึ่งได้มีการกำหนดด้านแต่ละด้านอีกทั้งยังมีการกำหนดตัวแปร K เป็นชิ้นและตำแหน่ง ซึ่งจะได้ K^2 เป็นตัวแปรเพื่อระบุว่าชิ้นส่วนนั้นอยู่ที่ตำแหน่งใด ในทำนองเดียวกัน ชิ้นส่วนแต่ละชิ้นสามารถหมุนได้ 4 ทิศทาง ดังนั้นจึงมีตัวแปร K ตัวเพื่อระบุการหมุนที่เลือก หาก $Y(k, s)$ เป็นจริง ชิ้นส่วนที่ K จะหมุนตามเข็มนาฬิกา 1 ครั้ง (Anita SV.,2567)

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงาน

ลำดับการดำเนินการศึกษา

การดำเนินการศึกษาโครงงานประเภททฤษฎีเรื่องการหาสูตรอย่างง่ายในการคำนวณปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์ขนาด $m \times n$ ในครั้งนี้คณะผู้ดำเนินการศึกษาได้แบ่งเป็น 2 ขั้นตอนดังนี้

3.1 ศึกษารูปแบบของจิกซอร์แบบสลับขนาด $m \times n$ และนำมาเปรียบเทียบกับกันในแต่ละส่วนเพื่อหาความสัมพันธ์กันของขนาดและปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์โดยแบ่งเป็นประเด็นในการศึกษา

3.1.1 จำนวนและรูปแบบของชิ้นจิกซอร์ที่สามารถสลับกันได้

3.1.1.1 จำนวนและรูปแบบจิกซอร์ที่สามารถสลับกันได้ในส่วน

3.1.1.2 จำนวนและรูปแบบจิกซอร์ที่สามารถสลับกันได้ในส่วน

3.1.1.3 จำนวนและรูปแบบจิกซอร์ที่สามารถสลับกันได้ในส่วน

3.1.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจิกซอร์ที่เปลี่ยนแปลงตาม m หรือ n

3.1.3 ขนาดของจิกซอร์ส่งผลต่อรูปแบบการเปลี่ยนแปลงต่อรูปแบบ

ของส่วนประกอบต่างๆในจิกซอร์

3.1.3.1 ขนาดของจิกซอร์ส่งผลต่อรูปแบบการเปลี่ยนแปลงต่อรูปแบบ

ของส่วนประกอบต่างๆในจิกซอร์ส่วนมุม

3.1.3.2 ขนาดของจิกซอร์ส่งผลต่อรูปแบบการเปลี่ยนแปลงต่อรูปแบบ

ของส่วนประกอบต่างๆในจิกซอร์ส่วนขอบต่างๆในจิกซอร์ส่วนขอบ

3.1.3.3 ขนาดของจิกซอร์ส่งผลต่อรูปแบบการเปลี่ยนแปลงต่อรูปแบบ

ของส่วนประกอบต่างๆในจิกซอร์ส่วนกลาง

3.2 นำข้อมูลที่ได้มาจากตอนที่ 1 มาวิเคราะห์และสังเคราะห์ออกมาเป็นสมการที่ใช้หาปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$ และพิสูจน์สูตรที่ได้ออกมาว่าสามารถใช้งานได้จริง

3.2.1 หาสูตรปริภูมิตัวอย่างในส่วนมุม

3.2.2.1 ในกรณีที่ m และ n หาร 2 ลงตัว

3.2.2.2 ในกรณีที่ m หรือ n หาร 2 ไม่ลงตัว

3.2.2 หารูปแบบปริภูมิตัวอย่างในส่วนขอบ

3.2.3 หารูปแบบปริภูมิตัวอย่างในส่วนกลาง

3.2.4 สรุปรูปแบบในส่วนขอบ ส่วนมุม และ ส่วนกลางเพื่อนำมาคิด

สูตรการหาปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$

3.2.5 พิสูจน์รูปแบบปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์ขนาด $m \times n$

3.2.5.1 พิสูจน์รูปแบบ $4[(m + n - 4)!]^2 [(n - 2)(m - 2)]!$

3.2.5.2 พิสูจน์รูปแบบ $4! [(m + n - 4)!]^2 [(n - 2)(m - 2)]!$

บทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

ตอนที่ 1 ศึกษารูปแบบของจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$

1.1 จำนวนและรูปแบบของชิ้นจิ๊กซอว์ที่สามารถสลับกันได้โดยชิ้นจิ๊กซอว์ที่สามารถสลับกันได้
ได้ในจิ๊กซอว์ขนาด $m \times n$ จะมีชิ้นจิ๊กซอว์ 4 - 5 แบบโดยจะกระจายอยู่ส่วนต่างๆดังนี้

1.1.1 ส่วนมุมจะมีชิ้นจิ๊กซอว์ที่สามารถสลับกันได้ 1 - 2 แบบโดยแบ่งตามเงื่อนไข
ดังนี้

1.1.1.1 เมื่อ m และ n หาร 2 ลงตัวจะมี 1 รูปแบบที่สามารถสลับกันได้
โดยสลับได้ 4 ชิ้น

1.1.1.2 เมื่อ m หรือ n หาร 2 ไม่ลงตัวจะมี 2 รูปแบบที่สามารถสลับกันได้
โดยสลับได้รูปแบบละ 2 ชิ้น

1.1.2 ส่วนขอบจะมี 2 รูปแบบที่สามารถสลับกันได้

1.1.3 ส่วนกลางจะมี 1 รูปแบบที่สลับกันได้

1.2 เปรียบเทียบปริภูมิตัวอย่างในแต่ละส่วนของจิ๊กซอว์ของจิ๊กซอว์ขนาด 2×2 ถึงจิ๊กซอว์
แบบสลับขนาด 6×6

ตารางที่ 4.1 ตารางแสดงการเปรียบเทียบปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอร์ขนาด $m \times n$ เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 6

ขนาดของจิ๊กซอร์ ขนาด $m \times n$	ปริภูมิตัวอย่างของส่วนมุม	ปริภูมิตัวอย่างของส่วนขอบ	ปริภูมิตัวอย่างส่วนกลาง
2×2	$4!$	$0!$	$0!$
2×3	$2! \times 2!$	$1! \times 1!$	$0!$
3×3	$2! \times 2!$	$2! \times 2!$	$1!$
3×4	$2! \times 2!$	$3! \times 3!$	$2!$
4×2	$4!$	$2! \times 2!$	$0!$
4×4	$4!$	$4! \times 4!$	$4!$
5×2	$2! \times 2!$	$3! \times 3!$	$0!$
5×3	$2! \times 2!$	$4! \times 4!$	$3!$
5×4	$2! \times 2!$	$5! \times 5!$	$6!$
5×5	$2! \times 2!$	$6! \times 6!$	$9!$
6×2	$4!$	$4! \times 4!$	$0!$
6×3	$2! \times 2!$	$5! \times 5!$	$4!$
6×4	$4!$	$6! \times 6!$	$8!$
6×5	$2! \times 2!$	$7! \times 7!$	$12!$
6×6	$4!$	$8! \times 8!$	$16!$

1.3 ศึกษาขนาดของจิ๊กซอร์ส่งผลต่อรูปแบบการเปลี่ยนแปลงต่อรูปแบบของส่วนประกอบต่างๆในจิ๊กซอร์

1.3.1 ส่วนมุมจากการสังเกตตัวอย่างของจิ๊กซอร์แบบสลับขนาดต่างๆพบว่าจิ๊กซอร์ขนาด $2 \times 2, 2 \times 4, 2 \times 6, 4 \times 4, 4 \times 6, 6 \times 6$ มีปริภูมิตัวอย่างเท่ากับ $4!$ ในขณะที่จิ๊กซอร์ขนาด $3 \times 3, 3 \times 4, 3 \times 5, 3 \times 6, 4 \times 5, 2 \times 3, 2 \times 5, 5 \times 5$ จะมีปริภูมิตัวอย่าง $2! \times 2!$

1.3.2 ส่วนขอบจากการสังเกตตัวอย่างของจิ๊กซอร์แบบสลับขนาดต่างๆพบว่าหากจิ๊กซอร์มี m หรือ n น้อยกว่า 3 จะไม่ปรากฏส่วนขอบในแนวนั้นๆ

1.3.3 ส่วนกลางจากการสังเกตตัวอย่างของจิ๊กซอร์แบบสลับขนาดต่างๆพบว่าหากจิ๊กซอร์มี m หรือ n น้อยกว่า 3 จะไม่ปรากฏส่วนกลาง

ตอนที่ 2 นำข้อมูลในขั้นตอนที่ 1 มาดำเนินการศึกษาและสร้างสูตรที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$ เมื่อ m และ n มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และน้อยกว่า หรือเท่ากับ 6

2.1 หาสูตรปริภูมิตัวอย่างในส่วนมุมโดยสังเกตจากความสัมพันธ์ของปริภูมิตัวอย่างส่วนมุมต่อ m และ n ที่เปลี่ยนแปลงไปจะเห็นได้ว่า

2.1.1 เมื่อ m และ n หาร 2 ลงตัวปริภูมิส่วนขอบของจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$ จะมีจิ๊กซอว์เพียง 1 รูปแบบที่สามารถสลับกันได้ 4 ชิ้นจึงได้สูตรการหาปริภูมิตัวอย่างของมุมจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$ เป็น $4!$

2.1.2 เมื่อ m หรือ n หาร 2 ไม่ลงตัวปริภูมิส่วนขอบของจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$ จะมีจิ๊กซอว์ 2 รูปแบบที่สามารถสลับกันได้รูปแบบละ 2 ชิ้นเท่านั้นจึงได้สูตรอย่างง่ายการหาปริภูมิตัวอย่างของมุมจิ๊กซอว์แบบสลับขนาด $m \times n$ เป็น $2! \times 2!$

2.2 หาสูตรปริภูมิตัวอย่างในส่วนขอบโดยสังเกตจากความสัมพันธ์ของปริภูมิตัวอย่างส่วนขอบต่อ m และ n ที่เปลี่ยนแปลงไปโดยใช้วิธีการถดถอยเชิงเส้นหลายตัวแปร multiple linear regression

กำหนดให้ $y =$ จำนวนชิ้นจิ๊กซอว์ที่สามารถสลับกันได้ 1 รูปแบบของส่วนขอบ
 $x_1 = m$
 $x_2 = n$

ตารางที่ 4.2 ตารางแสดงข้อมูลที่ใช้ในวิธีการถดถอยเชิงเส้นหลายตัวแปร

y	x_1	x_2	$(x_1)^2$	$(x_2)^2$	$x_1 y$	$x_2 y$
0	2	2	4	4	0	0
1	2	3	4	9	2	3
2	2	4	4	16	4	8
3	2	5	4	25	6	15
4	2	6	4	36	8	24
2	3	3	9	9	6	6
3	3	4	9	16	9	12
4	3	5	9	25	12	20
5	3	6	9	36	15	30
4	4	4	16	16	16	16
5	4	5	16	25	20	25
6	4	6	16	36	24	36
6	5	5	25	25	30	30
7	5	6	25	36	35	42
8	6	6	36	36	48	48

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } \sum x_i y &= \sum x_i y - \frac{(\sum x_i)(\sum y)}{N} \\
 \sum x_1 y &= 235 - \frac{(50)(60)}{15} = 35 \\
 \sum x_2 y &= 315 - \frac{(70)(60)}{15} = 35 \\
 \text{จาก } \sum x_1 x_2 &= \sum x_1 x_2 - \frac{(\sum x_1)(\sum x_2)}{N} \\
 \sum x_1 x_2 &= 245 - \frac{(50)(70)}{15} = \frac{35}{3} \\
 \text{จาก } \sum x_i^2 &= \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{N} \\
 \sum x_1^2 &= 190 - \frac{50^2}{15} = \frac{70}{3} \\
 \sum x_2^2 &= 350 - \frac{70^2}{15} = \frac{70}{3} \\
 \text{จาก } \beta_1 &= \frac{(\sum x_2^2)(\sum x_1 y) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_2 y)}{(\sum x_2^2)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \\
 \beta_1 &= \frac{\left(\frac{70}{3}\right)(35) - \left(\frac{35}{3}\right)(35)}{\left(\frac{70}{3}\right)\left(\frac{70}{3}\right) - \left(\frac{35}{3}\right)^2} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \beta_2 &= \frac{(\sum x_1^2)(\sum x_2 y) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_1 y)}{(\sum x_2^2)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \\ \beta_2 &= \frac{\left(\frac{70}{3}\right)(35) - \left(\frac{35}{3}\right)(35)}{\left(\frac{70}{3}\right)\left(\frac{70}{3}\right) - \left(\frac{35}{3}\right)^2} = 1 \\ \text{จาก } \beta_0 &= \bar{y} - \beta_1 \bar{x}_1 - \beta_2 \bar{x}_2 \\ \beta_0 &= \frac{60}{15} - \frac{50}{15} - \frac{70}{15} = -4 \\ \text{จาก } y &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \\ Y &= -4 + m + n \end{aligned}$$

เนื่องจากส่วนขอบมี 2 รูปแบบที่สลับกันได้ในแต่ละชั้นจะมีจำนวนที่สลับกันได้เท่ากันจึงได้รูปแบบในการคำนวณหาปริภูมิตัวอย่างของส่วนขอบเป็นดังนี้

$$n(S) = [(m + n - 4)!]^2$$

2.3 หาสูตรปริภูมิตัวอย่างในส่วนกลางโดยสังเกตจากลักษณะของรูปจิกซอร์ได้ว่า ทุกๆจิกซอร์ที่มี m และ n มากกว่าเท่ากับ 2 จะมีส่วนกลางเท่ากับจำนวน $m - 2$ ซึ่งเป็นพื้นที่ของส่วนขอบ 2 แถว คูณกับ $n - 2$ ซึ่งเป็นพื้นที่ส่วนขอบอีก 2 แถว จะเท่ากับจำนวนจิกซอร์ในส่วนกลางทั้งหมดเนื่องจากส่วนกลางสามารถสลับกันได้ทั้งหมด จึงสามารถใช้แฟกทอเรียลเพื่อหาปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์ส่วนกลาง

จึงได้สูตรในการหาพื้นที่ปริภูมิตัวอย่างเป็น

$$n(S) = [(n - 2)(m - 2)!]$$

2.4 นำปริภูมิตัวอย่างของส่วนกลาง ส่วนมุมและส่วนขอบมาใช้หลักการคูณ ทำให้ได้สูตรอย่างในการคำนวณปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์ขนาด $m \times n$ เมื่อ m และ n มากกว่า หรือเท่ากับ 2 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 6

$$n(S) = 4[(m + n + 4)!][(n - 2)(m - 2)!]$$

เมื่อ m หรือ n เป็นจำนวนเต็มหาร 2 ไม่ลงตัว

$$n(S) = 4![(m + n + 4)!][(n - 2)(m - 2)!]$$

เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มหาร 2 ลงตัว

2.5 พิสูจน์สูตรที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์ขนาด $m \times n$

2.5.1 สูตร $4[(m + n - 4)!]^2 [(n - 2)(m - 2)!]$ เมื่อ m หรือ n หาร 2

ไม่ลงตัว

ตารางที่ 4.3 ผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอร์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สูตรและค่าปริภูมิตัวอย่างที่ได้จากการคำนวณโดยใช้รูปในภาคผนวกเมื่อ m หรือ n หาร 2 ไม่ลงตัว

m	n	ค่าปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอร์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สูตร	ค่าปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอร์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ภาพของรูปจิ๊กซอร์แต่ละแบบในภาคผนวก
2	3	4	4
2	5	144	144
3	3	16	16
3	4	288	288
3	5	13824	13824
3	6	1382400	1382400
4	5	41472000	41472000
5	5	752467968000	752467968000
5	6	4866962817024000	48669628170240000

2.5.2 สูตร $4! [(m + n - 4)!]^2 [(n - 2)(m - 2)]!$ เมื่อ m และ n

หาร 2 ลงตัว

ตารางที่ 4.4 ผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สูตรและค่าปริภูมิตัวอย่างที่ได้จากการคำนวณโดยใช้รูปในภาคผนวกเมื่อ m และ n หาร 2 ลงตัว

m	n	ค่าปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สูตร	ค่าปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ภาพของรูปจิกซอร์แต่ละแบบในภาคผนวก
2	2	24	24
2	4	96	96
2	6	13824	13824
4	4	33176	33176
4	6	501645312000	501645312000
6	6	816341513654816000000000	816341513654816000000000

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการจัดทำโครงงานคณิตศาสตร์ เรื่อง สูตรอย่างง่ายที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างในจิกซอร์แบบสลับขนาด $m \times n$ มีจุดประสงค์เพื่อศึกษารูปแบบการต่อกันของจิกซอร์ขนาด $m \times n$ และเพื่อนำความสัมพันธ์ที่ได้มาสร้างเป็นรูปแบบในการคำนวณหาปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์ขนาด $m \times n$ ผู้ทำโครงงานได้ข้อสรุปและอภิปรายดังนี้

5.1 สรุปผลการดำเนินงาน

5.1.1 สามารถสังเกตเงื่อนไขที่ส่งผลต่อจำนวนรูปแบบของจิกซอร์ที่สามารถสลับกันได้แบ่งเป็น 3 เงื่อนไขไว้ดังนี้

5.1.1.1 ในกรณีที่จิกซอร์ที่ m หรือ n หาร 2 ไม่ลงตัวจะมีจิกซอร์ที่สามารถสลับกันได้ 5 รูปแบบ โดยประกอบไปด้วยส่วนขอบ 2 รูปแบบ ส่วนมุม 2 รูปแบบ และส่วน กลาง 1 รูปแบบ

5.1.1.2 ในกรณีที่จิกซอร์ที่ m และ n หาร 2 ลงตัวจะทำให้มีจิกซอร์ที่สามารถสลับกันได้ 4 รูปแบบในกรณีที่ m และ n น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 โดยประกอบไปด้วยส่วนขอบ 2 รูปแบบ ส่วน มุม 1 รูปแบบ และส่วนกลาง 1 รูปแบบ

5.1.1.3 ในกรณีที่จิกซอร์แบบสลับมี $m = 2$ และ $n = 3$ หรือ $m = 3$ หรือ $n = 2$ รูปแบบในการสลับกันของส่วนขอบจะลดลงไป 1 รูปแบบและจะไม่มีส่วนกลาง แต่หาก n และ $m = 2$ จะไม่มีรูปแบบการสลับในส่วนขอบและส่วนกลางเนื่องจากไม่มี ส่วนขอบและส่วนกลางเหลืออยู่เลย

5.1.2 จากการเปรียบเทียบค่าปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์แบบสลับขนาด $m \times n$ ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สูตรและการคำนวณโดยใช้หลักการนับทำให้สามารถสรุปได้ว่าสูตรที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์แบบสลับขนาด $m \times n$ สามารถใช้งานได้จริงแต่ต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 6

$$n(S) = 4[(m + n + 4)!][(n - 2)(m - 2)!]$$

เมื่อ m หรือ n เป็นจำนวนเต็มที่หาร 2 ไม่ลงตัว

$$n(S) = 4![(m + n + 4)!][(n - 2)(m - 2)!]$$

เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มที่หาร 2 ลงตัว

เมื่อ $n(S)$ คือ ปริภูมิตัวอย่างทั้งหมดที่เกิดขึ้นได้

m และ n คือ ด้านกว้างและยาวตามลำดับ โดย m และ n เป็น

จำนวนเต็มบวกที่มากกว่าเท่ากับ 2 และ น้อยกว่าเท่ากับ 6

5.2 อภิปรายผล

จากการดำเนินงานสามารถทำให้เกิดการจัดประเภทรูปแบบของจิกซอร์เกิดการจำแนกว่าในแต่ละส่วนมีชิ้นจิกซอร์เท่าไรและมีกี่ประเภท อีกทั้งยังสามารถสร้างและพิสูจน์สูตรอย่างง่ายที่ใช้ในการหาปริภูมิตัวอย่างของจิกซอร์แบบสลับขนาด $m \times n$ โดยคำตอบที่ได้ออกมาเหมือนกับวิธีการนับจำนวนชิ้นจิกซอร์ที่มีขนาดเหมือนกันและใช้หลักการนับเบื้องต้นในการหาค่าปริภูมิตัวอย่าง ซึ่งรวดเร็วกว่าวิธีการคิดแบบสลับจิกซอร์ที่ละชิ้นเพื่อนับว่ามีจำนวนภาพที่แตกต่างกันเท่าใด

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 นำไปต่อยอดโดยการหาความสัมพันธ์จิกซอร์ในรูปที่นอกเหนือจากจิกซอร์ แบบสลับ

5.3.2 ประยุกต์กับรูปแบบที่มีความสัมพันธ์ใกล้เคียงกับจิกซอร์

5.3.3 พัฒนาสูตรให้ครอบคลุมไปถึงจิกซอร์แบบสลับที่มีขนาดใหญ่กว่า 6×6

บรรณานุกรม

เฉลิมวุฒิ คำเมือง. (2566). คณิตศาสตร์: ศาสตร์แห่งตัวเลขและรูปแบบ. สืบค้นเมื่อ 24 ธันวาคม

2566 จาก <https://math.bru.ac.th>

ชูกิจ ลิมปิจำนงค์และคณะ. (2560). คณิตศาสตร์เล่ม ๒ ม.๕ ฉบับปรับปรุง พ.ศ.๒๕๖๐.

(พิมพ์ครั้งที่ 3) กรุงเทพฯ:โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว

ธรรมนิติ พิพัฒน์ศรีสวัสดิ์. (2567). หลักการนับเบื้องต้น. สืบค้นเมื่อ 3 เมษายน 2567

จาก <https://panyasociety.com/pages/summary-math-502-counting>

พรพรรณ สุวรรณวานิช. (2565). สรุปเนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น (Probability) คืออะไร.

สืบค้นเมื่อ 4 เมษายน 2567 จาก <https://www.chulatutor.com/blog>

วรทย์ เมธาพิพัฒน์. (ม.ป.ป.). การเขียนกราฟเส้นตรง. สืบค้นเมื่อ 2 พฤษภาคม

จาก <https://kanit.me/how-to-draw-linear-graph>

Anita SV. (2567). Solving Jigsaw using math. สืบค้นเมื่อ 30 มิถุนายน 2567

จาก <https://medium.com/@anitasv/solving-jigsaw-using-math-7bd6b969c447>

Brian Beers. (2567). Regression: Definition, Analysis, Calculation, and Example.

สืบค้นเมื่อ 30 มิถุนายน 2567

จาก <https://www.investopedia.com/terms/r/regression.asp>

Byju Raveendran. (2559). Fundamental of counting. สืบค้นเมื่อ 5 มิถุนายน 2567

จาก <https://byjus.com/maths/fundamental-principle-counting>

Rajeev Dhir. (2567). Permutation Definition, Formula, 4 Types & Examples.

สืบค้นเมื่อ 5 มิถุนายน 2567 จาก

<https://www.investopedia.com/terms/p/permutation.asp>

Sebastian Taylor. (2567). Multiple Linear Regression สืบค้นเมื่อ 2 มีนาคม 2567

จาก <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/data-science/multiple-linear-regression>

Tanja McIlroy. (2567). 13 Benefits of Puzzles for Child Development.

สืบค้นเมื่อ 30 มีนาคม 2567

จาก <https://empoweredparents.co/benefits-of-puzzles>

Thomas Hugh Cunliffe. (n.d.). How Do Jigsaws Help A Child's Development?.

สืบค้นเมื่อ 31 มีนาคม 2567

จาก https://www.orchardtoys.com/blog/how-do-jigsaws-help-childs-development_126025728_1.html

Vahan Huroyan, Gilad Lerman, Hau-Tieng Wu. (2561). Solving Jigsaw Puzzles By the Graph Connection Laplacian. สืบค้นเมื่อ 2 มีนาคม 2567

จาก <https://arxiv.org/abs/1811.03188>

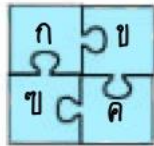
Zach Bobbitt. (2563). Multiple Linear Regression by Hand (Step-by-Step).

สืบค้นเมื่อ 2 มีนาคม 2567

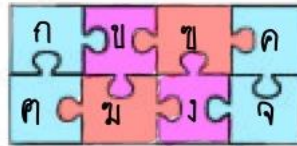
จาก <https://www.statology.org/multiple-linear-regression-by-hand>

ภาคผนวก

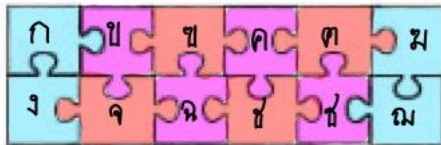
ภาคผนวก ก
ขั้นตอนการพิสูจน์



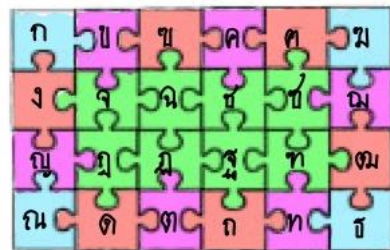
$$4! \cdot 0! \cdot 0! \cdot 0! = 24$$



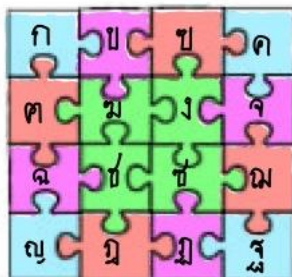
$$4! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 0! = 96$$



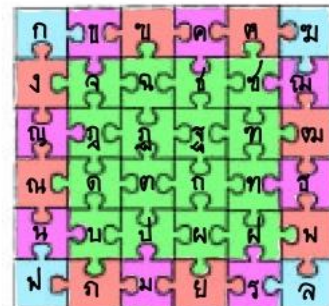
$$4!4!4!0! = 13,824$$



$$4! \cdot 6! \cdot 6! \cdot 8! = 33,176$$

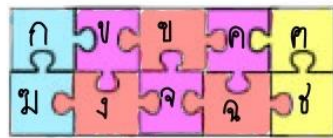


$$4! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4! : 501,645,312,000$$

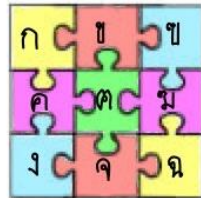


4! 8! 8! 16! = 8! 6,341,513,654,416,000,000,000

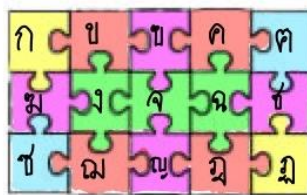
ภาพที่ 1 การคำนวณปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์อย่างเมื่อ m และ n หาร 2 ลงตัวโดยใช้หลักการนับเบื้องต้น



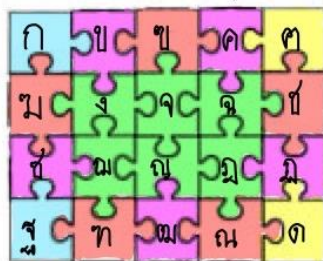
$$2! 2! 3! 3! 0! = 144$$



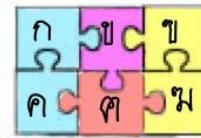
$$2! 2! 2! 2! 1! = 16$$



$$2! 2! 4! 3! = 13824$$



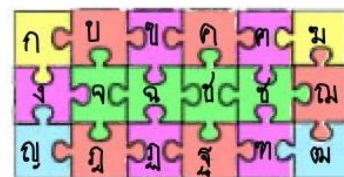
$$2! 2! 9! 9! 6! = 41,472,000$$



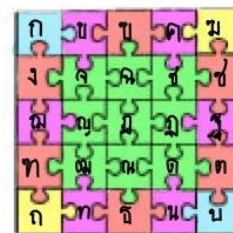
$$2! 2! 1! 1! 0! = 4$$



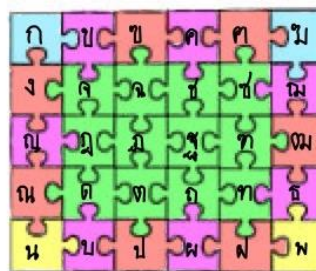
$$2! 2! 3! 3! 2! = 288$$



$$2! 2! 9! 5! 4! = 1,342,400$$



$$2! 2! 6! 6! 9! = 752,467,968,000$$



$$2! 2! 7! 7! 12! = 4,969,629,170,240,000$$

ภาพที่ 2 การคำนวณปริภูมิตัวอย่างของจิ๊กซอว์อย่างเมื่อ m หรือ n หาร 2 ไม่ลงตัวโดยใช้หลักการนับเบื้องต้น

ภาคผนวก ข
รูปภาพขั้นตอนการดำเนินงาน



ภาพที่ 1 ปรัชษาอาจารย์ที่ปรึกษาโครงการเกี่ยวกับการพิสูจน์



ภาพที่ 2 ปรัชษาอาจารย์ที่ปรึกษาโครงการเกี่ยวกับการเขียนรูปเล่ม